

## Essentiels du programme de seconde pour réussir en mathématiques en première technologique

- **Calculs**

- savoir développer et factoriser avec ou sans identité remarquable
- connaître les priorités opératoires
- savoir calculer avec des fractions

- **Fonctions  
par lecture graphique**

- savoir déterminer l'image d'un nombre réel
- savoir déterminer les éventuels antécédents d'un nombre réel
- savoir dresser un tableau de variations
- savoir dresser un tableau de signes
- ne pas confondre tableau de variations et tableau de signes
- savoir déterminer un éventuel extremum
- savoir résoudre des équations du type  $f(x) = k$  et des inéquations du type  $f(x) > k$

- **Par le calcul**

- savoir déterminer l'image d'un nombre réel
- savoir déterminer les éventuels antécédents d'un nombre réel

- **Fonctions affines**

- savoir reconnaître une fonction affine, linéaire et constante
- savoir déterminer par lecture graphique ou par le calcul le coefficient directeur et l'ordonnée à l'origine
- connaître le signe d'une fonction affine
- connaître les variations d'une fonction affine

- **Fonctions de référence**

- connaître l'ensemble de définition, le tableau de variations et la courbe représentative des fonctions carrée, inverse et polynôme de degré 2

- **Signes, équations et inéquations**

- savoir résoudre des équations du type  $ax + b = 0$  et  $ax + b > 0$
- savoir résoudre une équation produit
- savoir dresser un tableau de signes d'un produit ou d'un quotient
- savoir résoudre une inéquation

- **Équation de droites**

- savoir tracer une droite à partir de son équation réduite
- savoir déterminer par lecture graphique une équation réduite de droite
- savoir résoudre un système de 2 équations à 2 inconnues

- **Probabilités**

- connaître la définition de  $\bar{A}$ ,  $A \cup B$  et  $A \cap B$  et déterminer leurs probabilités
- savoir faire un arbre de probabilités

- **Statistiques**

- déterminer les paramètres d'une série quantitative ( moyenne, médiane et quartiles )

- **Algorithme**

- savoir comprendre un algorithme
- savoir programmer des fonctions
- savoir programmer avec une instruction conditionnelle ( if )
- savoir programmer avec une boucle ( for, while )

## Exercices

### Exercice 1 :

Développer et réduire les expressions suivantes, en utilisant si possible une identité remarquable :

$$A(x) = (2x + 3)(3x - 1)$$

$$B(x) = (x - 7)(x + 7)$$

$$C(x) = (2x - 5)^2$$

$$D(x) = x(x + 1)$$

$$E(x) = x(1 + 8x)(2x - 3)$$

$$F(x) = -\frac{4}{3}(-6x + 9)$$

$$G(x) = (x + 5)^2$$

$$H(x) = (3x - 5)(3x + 5)$$

$$I(x) = (-3x + 1)(2x - 4) - (2x + 1)^2$$

$$J(x) = (-5a + x)(x - a)$$

### Exercice 2 :

Factoriser les expressions suivantes, en utilisant si nécessaire une identité remarquable :

$$A(x) = 3x(5x + 3) + 5x + 3$$

$$B(x) = (x - 2)(2x + 3) - (x - 2)(2x + 2)$$

$$C(x) = (2x - 1)(2 + x) + 3(2 + x)$$

$$D(x) = x^2 - 10x + 25$$

$$E(x) = 4x^2 + 20x + 25$$

$$F(x) = x^2 - 6x + 9$$

$$G(x) = 16x^2 - 81$$

$$H(x) = (2x - 5)^2 - 9$$

$$I(x) = (-2x + 3)^2 - (6x + 1)^2$$

### Exercice 3 :

Soit  $f$  la fonction définie par  $f(x) = 2x^2$ .

1. Calculez les images par  $f$  des réels 0; 2; -4.

2. Vérifiez que 4 a deux antécédents par  $f$ . Pourquoi -4 n'est-il l'image d'aucun réel ?

3. Quels sont les réels qui ont 54 pour image par  $f$  ?

### Exercice 4 :

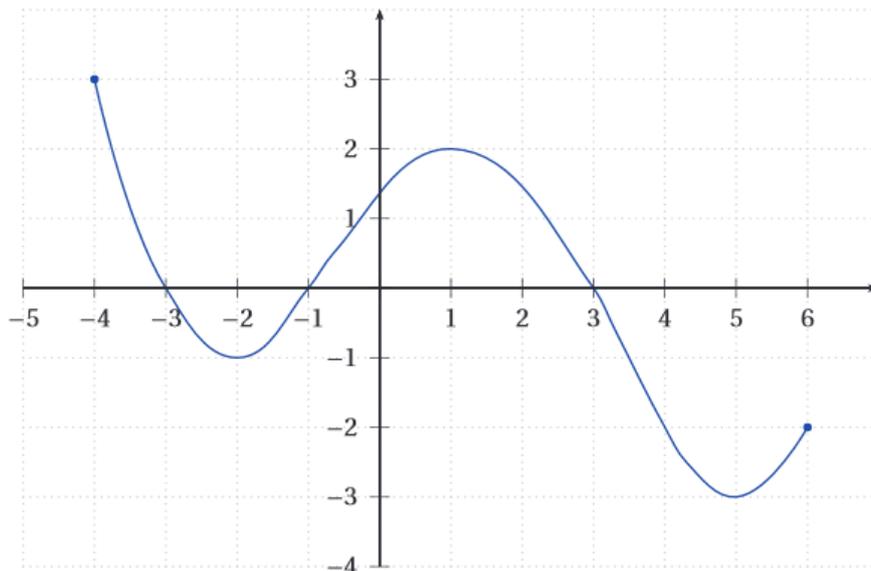
Soit  $g$  la fonction définie par  $g(x) = -x^2 + 3x - 3$ .

1. Calculez les images par  $g$  des réels 0; 2; -3.

2. Calculer  $g\left(\frac{1}{3}\right)$ ,  $g(\sqrt{2})$  et  $g(\sqrt{2} + 1)$ .

### Exercice 5 :

Soit  $f$  la fonction définie par la courbe ci-dessous :



1) Quel est l'ensemble de définition de  $f$  ?

2) Quel est l'image de -3 ? de 5 ?

3) Quels sont les antécédents de 2 ?

4) Dresser le tableau de variations de la fonction  $f$ .

5) Résoudre graphiquement les équations et inéquations suivantes :

a)  $f(x) = 4$

b)  $f(x) = -1$

c)  $f(x) > 1$

d)  $f(x) \leq 3$

6) Déterminer le signe de  $f(x)$ .

**Exercice 6 :**

Résoudre les équations suivantes :

1)  $-2 + 3x = -2x + 7$

2)  $\frac{1}{2}x - \frac{3}{4} = \frac{-2}{3}x + 1$

3)  $2(x - 3) = \frac{1}{4}(3x - 2) + \frac{1}{2}$

4)  $\frac{2x-5}{3} = \frac{-x+11}{4}$

5)  $\sqrt{2}x + \frac{1}{\sqrt{2}} = 0$ .

6)  $(-3x + 7)(2x + 7) = 0$

7)  $(5x + 15)(-x + 7) = 0$

8)  $(2x + 7)(x - 11) = (2x + 7)(-3x + 14)$

9)  $x^2 + 6x + 9 = (x + 3)(-6x + 1)$

10)  $(x + 1)^2 = (2x + 4)^2$

11)  $x^2 = 6$

12)  $x^2 = -1$

**Exercice 7 :**

1) Parmi les fonctions suivantes, quelles sont les fonctions affines ? préciser s'il s'agit d'une fonction linéaire ou constante.

a)  $f(x) = 2x + 1$

b)  $g(x) = 2$

c)  $h(x) = 5(x + 1)$

d)  $i(x) = -3x$

e)  $j(x) = 2x^2 + 3$

f)  $k(x) = (x + 1)^2 - x^2$

g)  $g(x) = 2\sqrt{x}$

h)  $h(x) = (x - 4)(-5x + 3) + 5x^2 + 12$

2) Donner les variations des fonctions suivantes :

a)  $h(x) = -3x + 5$

b)  $p(x) = -2(7 - 10x)$

**Exercice 8 :**1) a) Dresser le tableau de signes de  $A(x) = (20 - 4x)(2x - 6)$ .b) En déduire les solutions de  $A(x) \geq 0$ .2) a) Dresser le tableau de signes de  $B(x) = \frac{7x}{(x-9)(3x+4)}$ .b) En déduire les solutions de  $B(x) \leq 0$ .3) Faire le tableau de signes de  $A(x) = (2x + 6)(-3x + 5)(4x - 8)$ .4) Résoudre  $\frac{2x-5}{7x+1} \leq 0$ .**Exercice 9 :**

$A(x) = 3x^2 + 12x - 15$

$B(x) = 3(x - 1)(x + 5)$

$C(x) = 3(x + 2)^2 - 27$

1) Montrer que les trois expressions précédentes sont les expressions d'une même fonction  $f$ .

2) En utilisant la forme la plus adaptée,

a) Calculer  $f(0)$ ,  $f(-5)$  et  $f(-2)$ .b) Résoudre  $f(x) = 0$ **Exercice 10 :**On se place dans un repère  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

1) Dans chacun des cas suivants, dire si le point A appartient à la droite d.

a.  $d: y = -6x + 4$  et  $A(-5; 3)$

b.  $d: y = -3x + 6$  et  $A(-2; 12)$

2) Dans un repère orthonormé, **tracer les droites** dont les équations sont données ci-dessous en justifiant rapidement votre méthode (par écrit ou par des traits de construction).

$d_1: y = x + 2$ ,  $d_2: y = -3x + 4$ ,  $d_3: y = \frac{2}{3}x - 1$ .

$d_4: y = -3$ ,  $d_5: x = \frac{-3}{2}$ ,  $d_6: y = \frac{1}{2}x + 5$ .

**Exercice 11 :**

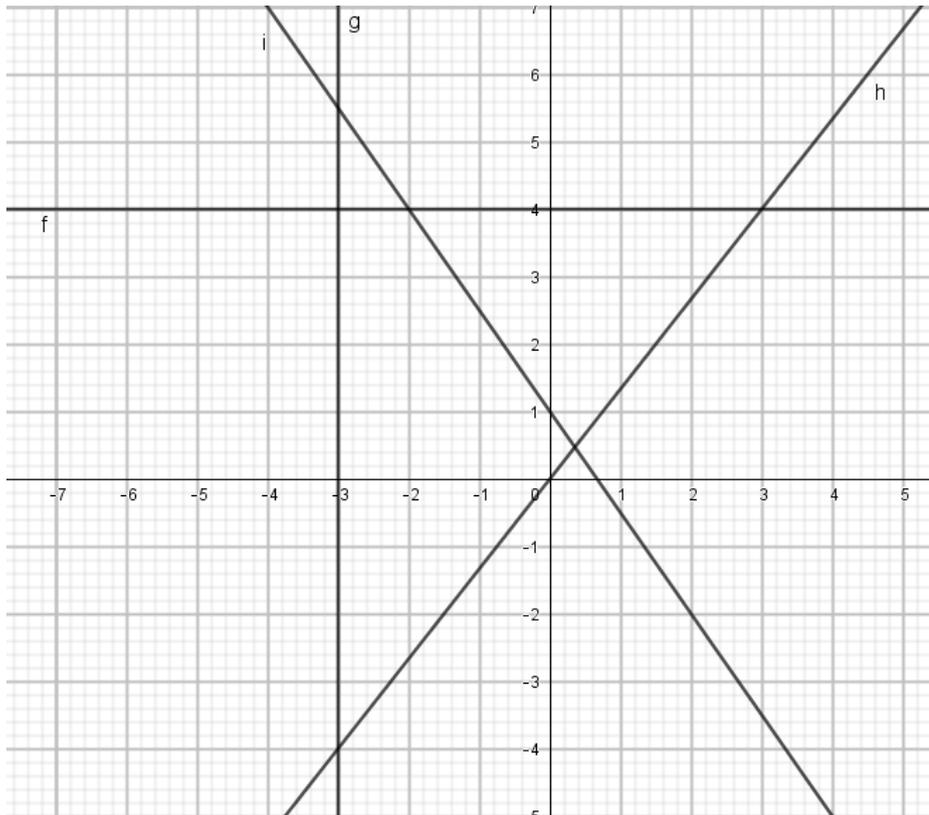
Déterminer une équation de la droite (AB) dans les cas suivants :

1.  $A(-4; 3)$  et  $B(-1; -6)$

2.  $A(2; 7)$  et  $B(2; -5)$

**Exercice 12 :**

Déterminer l'équation réduite des droites représentées ci-dessous :

**Exercice 13 :**

- Un dé truqué est tel que :  $p(1) = p(4) = 0,05$  ;  $p(2) = 0,2$  ;  $p(5) = 0,15$  ;  $p(6) = 0,1$ . Déterminer  $p(3)$ .
- Soient A et B deux événements tels que  $p(A) = 0,3$  et  $p(B) = 0,25$  et  $p(A \cap B) = 0,05$ . Déterminer  $p(\bar{A})$  et  $p(A \cup B)$ .

**Exercice 14 :**

Une enquête portant sur les loisirs préférés (cinéma, lecture, sport) des 105 élèves de seconde d'un lycée a permis de dresser le tableau suivant.

	Cinéma	Lecture	Sport	Total
Filles				
Garçons		<b>15</b>		
Total				

1. Compléter le tableau sachant qu'il y a : 48 filles ;  $\frac{1}{3}$  élèves aiment le cinéma ; 30 filles aiment la lecture ; 20% des élèves sont des garçons préférant le cinéma.

2. On rencontre au hasard un élève de seconde.

On considère les événements suivants :

A : « l'élève préfère le cinéma »

B : « l'élève est une fille »

C : « l'élève est une fille qui préfère le cinéma »

D : « l'élève est une fille ou préfère le cinéma »

E : « l'élève n'est pas une fille ou l'élève n'aime pas aller au cinéma »

Exprimer les événements C, D et E en fonction de A et B. Déterminer la probabilité de C, D et E.

3. L'élève rencontré est une fille. Quelle est la probabilité qu'elle préfère la lecture ?

**Exercice 15 :**

Dans une urne, il y a cinq boules rouges (R), deux boules bleues (B) et une boule verte (V), indiscernables au toucher. On tire successivement et sans remise deux boules. On veut déterminer la probabilité de tirer deux boules de la même couleur.

1. Représenter cette situation par un arbre.
2. En déduire la probabilité d'avoir deux boules de même couleur.

**Exercice 16 :**

On a relevé dans une maternité les périmètres crâniens (PC) à la naissance de 290 nouveaux-nés.

Périmètres crâniens	32	32,5	33	33,5	34	34,5	35	35,5	36	36,5	37	37,5
Effectifs	4	19	17	20	59	62	43	20	18	18	4	6

- 1) Calculer l'étendue de cette série.
- 2) Déterminer le périmètre crânien moyen arrondi au cm.
- 3) Déterminer la médiane et le premier et le troisième quartile. Interpréter la médiane de cette série.

**Exercice 17 :**

Dans un pays connaissant une forte inflation, le taux d'inflation mensuel est de 8%. Un article coûte 500€ le 1<sup>er</sup> janvier 2017.

- 1) Calculer au centime près le prix de cet article au 1<sup>er</sup> février 2017, puis au 1<sup>er</sup> mars 2017.
- 2) L'algorithme de seuil suivant détermine le nombre de mois au bout duquel le prix sera strictement supérieur à 1000€. Pourquoi le test de boucle est  $P \leq 1000$  et non  $P > 1000$  ?

Lire un entier positif

N=0

Tant que  $P \leq 1000$  faire :

$P=P \times 1,08$

$N=N+1$

Afficher N

- 3) Recopier et compléter le tableau d'évolution des variables pour dérouler complètement l'algorithme. Les valeurs des variables sont prises juste avant le premier test d'entrée dans la boucle pour l'initialisation, puis à la fin de chaque itération (sauf la condition mesurée en entrée de boucle)

Etape	Condition d'entrée de boucle	P	N
Initialisation	Pas de valeur	500	0
Boucle itération 1	Vraie	...	...
Boucle itération 2	...	...	...

- 4) Ecrire en Python une fonction **nombre\_mois(prix)** qui retourne le nombre de mois au bout duquel le prix sera supérieur à 1000€, en fonction du **prix** initial. Faire un test pour un prix initial de 500€
- 5) Ecrire en Python une fonction **nombre\_mois2(prix,seuil,taux)** qui retourne le nombre de mois au bout duquel le prix sera supérieur à **seuil** €, en fonction du **prix** initial, avec un **taux** d'inflation donné (un taux de 8% sera noté 0,08). Faire un test pour un prix initial de 500€, un seuil de 1000€ et un taux de 0,08.

**Eléments de correction :****Exercice 1 :**

$$A(x) = 6x^2 + 7x - 3$$

$$B(x) = x^2 - 49$$

$$C(x) = 4x^2 - 20x + 25$$

$$D(x) = x^2 + x$$

$$E(x) = 16x^3 - 22x^2 - 3x$$

$$F(x) = 8x - 12$$

$$G(x) = x^2 + 10x + 25$$

$$H(x) = 9x^2 - 25$$

$$I(x) = -10x^2 + 10x - 5$$

$$J(x) = -6ax + 5a^2 + x^2$$

**Exercice 2 :**

$A(x) = (3x + 1)(5x + 3)$

$B(x) = (x - 2)$

$C(x) = (2 + x)(2x + 2) = 2(2 + x)(x + 1)$

$D(x) = (x - 5)^2$

$E(x) = (2x + 5)^2$

$F(x) = (x - 3)^2$

$G(x) = (4x - 9)(4x + 9)$

$H(x) = (2x - 8)(2x - 2) = 4(x - 4)(x - 1)$

$I(x) = (4x + 4)(-8x + 2) = 8(x + 1)(-4x + 1)$

**Exercice 3 :**

1.  $f(0) = 0$   $f(2) = 8$   $f(-4) = 32$       2.  $2x^2 = 4 \Leftrightarrow x^2 = 2 \Leftrightarrow x = \sqrt{2}$  ou  $x = -\sqrt{2}$ .

Les images par  $f$  sont des nombres positifs ou nuls, donc  $-4$  n'est l'image d'aucun réel.

3.  $f(x) = 54 \Leftrightarrow x^2 = 27 \Leftrightarrow x = 3\sqrt{3}$  ou  $x = -3\sqrt{3}$ .

**Exercice 4 :**

1.  $g(0) = -3$ ;  $g(2) = -1$ ;  $g(-3) = -21$ .

2.  $g\left(\frac{1}{3}\right) = -\frac{19}{9}$ ,  $g(\sqrt{2}) = -5 + 3\sqrt{2}$  et  $g(\sqrt{2} + 1) = -3 + \sqrt{2}$ .

**Exercice 5 :**

1)  $D = [-4; 6]$     2)  $f(-3) = 0$ ;  $f(5) = -3$     3)  $-3,75$  et  $1$     5) a)  $S = \emptyset$  b)  $S = \{-2; 3,5\}$   
c)  $S = [-4; -3,5[ \cup ]-0,25; 2,25[$     d)  $S = [-4; 6]$

$x$	-4	-3	-1	3	6
$f(x)$	+	0	-	0	-

$x$	-4	-2	1	5	6
$f$	3	-1	2	-3	-2

**Exercice 6 :**

Résoudre les équations suivantes :

1)  $S = \left\{\frac{9}{5}\right\}$     2)  $S = \left\{\frac{3}{2}\right\}$

3)  $S = \left\{\frac{24}{5}\right\}$     4)  $S = \left\{\frac{53}{11}\right\}$

5)  $S = \left\{-\frac{1}{2}\right\}$     6)  $S = \left\{-\frac{7}{2}; \frac{7}{3}\right\}$

7)  $S = \{-3; 7\}$     8)  $S = \left\{-\frac{7}{2}; \frac{25}{4}\right\}$

9)  $S = \left\{-\frac{2}{7}; -3\right\}$     10)  $S = \left\{-3; -\frac{5}{3}\right\}$

11)  $S = \{-\sqrt{6}; \sqrt{6}\}$     12)  $S = \emptyset$

**Exercice 7 :**1) a)  $f$  affine    b)  $g$  affine constante    c)  $h$  affine    d)  $i$  affine linéaire  
e)  $j$  non affine    f)  $k$  affine    g)  $g$  non affine    h)  $h$  affine linéaire

2) Donner les variations des fonctions suivantes :

a)  $h$  est décroissante sur  $\mathbb{R}$ b)  $p$  est croissante sur  $\mathbb{R}$ **Exercice 8 :**

$x$	$-\infty$	3	5	$+\infty$
$20-4x$	+	+	0	-
$2x-6$	-	0	+	+
$A(x)$	-	0	+	-

1) a)

b)  $S = [3; 5]$

3)  $S = \left] -\frac{1}{7}; \frac{5}{2} \right]$

$x$	$-\infty$	$-\frac{4}{3}$	0	9	$+\infty$
$7x$	-	-	0	+	+
$x-9$	-	-	-	0	+
$3x+4$	-	0	+	+	+
$B(x)$	-	+	0	-	+

2)

b)  $S = \left] -\infty; -\frac{4}{3} \right[ \cup [0; 9[$

**Exercice 9 :**

1) Il suffit de développer les deux dernières expressions

2)  $f(0) = A(0) = -15$  ;  $f(-5) = B(-5) = 0$  ;  $f(-2) = C(-2) = -27$   
 $f(x) = 0$  si et seulement si  $B(x) = 0$  si et seulement si  $x = 1$  ou  $x = -5$

**Exercice 10 :**

1) a) A n'appartient pas à D  $(-6 \times (-5) + 4 \neq 3)$       b) A appartient à D  $(-3 \times (-2) + 6 = 12)$

**Exercice 11:**

1.  $(AB) : y = -3x - 9$

2.  $(AB) : x = 2$

**Exercice 12:**

i)  $y = -\frac{3}{2}x + 1$       g)  $x = -3$       h)  $y = \frac{4}{3}x$       f)  $y = 4$

**Exercice 13 :**

1)  $p(3) = 0,45$ .

2)  $p(\bar{A}) = 0,7$     et     $p(A \cup B) = 0,5$ .

**Exercice 14 :**

	Cinéma	Lecture	Sport	Total
Filles	14	30	4	48
Garçons	<b>21</b>	<b>15</b>	21	57
Total	35	45	25	105

**Exercice 15 :**

2)  $\frac{22}{56}$

**Exercice 16 :**

1) 5,5cm

2) 34,5cm

3) Médiane = 34,5 ;  $Q_1 = 34$  ;  $Q_3 = 35$

**Exercice 27 :**

4)

```
def nombre_mois(prix):
    p=prix
    n=0
    while p<=1000:
        p=p*1.08
        n=n+1
    return n
print(nombre_mois(500))
```

5)

```
def nombre_mois2(prix,seuil,taux):
    p=prix
    n=0
    while p<=seuil:
        p=p*(1+taux)
        n=n+1
    return n
print(nombre_mois2(500,1000,0.08))
```